

Sistemi e Modelli

Lezione 02

10 marzo 2015

Ing. Chiara Foglietta
foglietta.chiara@gmail.com

Sistemi di Controllo per l'Automazione Industriale
Ingegneria Gestionale
A.A. 2014 - 2015
Università degli Studi di Cassino e del Lazio Meridionale





Agenda

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

I concetti fondamentali sui sistemi e sui controlli

Sistemi a eventi discreti

Caratteristiche dei DES

Esempi di Sistemi ad Eventi Discreti

Sistema

Sistema è uno dei concetti basilari che può essere lasciato all'intuizione piuttosto che ad una esatta definizione. Nonostante questo esistono diverse definizioni che possono essere trovate in letteratura:

- ▶ Un'aggregazione o un assemblaggio di oggetti combinati insieme dalla natura o dall'uomo per formarne uno più complesso (*Enciclopedia Americana*)
- ▶ Un gruppo di oggetti interdipendenti che interagiscono regolarmente per formarne uno unificato (*Webster's Dictionary*)
- ▶ Una combinazione di componenti che agiscono insieme per eseguire una funzione che non è possibile con qualsiasi delle parti individualmente (*IEEE Standard Dictionary of Electrical and Electronic Terms*)



Il concetto di sistema

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

3

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

Ci sono due caratteristiche salienti in queste definizioni. Primo, un sistema consiste di "componenti" interagenti, e secondo un sistema è associato a "funzioni" che si intendono eseguire.

40



La modellazione ingresso-uscita

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

4

Il processo di modellazione comincia con la definizione di un insieme di *variabili misurabili* associate ad un dato sistema. Ad esempio, le posizioni e le velocità delle particelle, o voltaggi e correnti in un circuito elettrico, che sono tutti numeri reali.

Misurando queste variabili su un periodo di tempo $[t_0, t_f]$ si collezionano i *dati*. Questo definisce un insieme di funzioni temporali che si possono chiamare *variabili d'ingresso*:

$$\{u_1(t), \dots, u_p(t)\}, \quad t_0 \leq t \leq t_f$$

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

5

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

Quindi, selezionando un altro insieme di variabili che si assumono che possiamo misurare direttamente mentre si variano $u_1, \dots, u_p(t)$, si definisce un insieme di *variabili di uscita*:

$$\{y_1(t), \dots, y_m(t)\}, \quad t_0 \leq t \leq t_f$$



La modellazione ingresso-uscita

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

6

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

Semplificando la notazione, si rappresentano le variabili di ingresso attraverso un vettore colonna $\mathbf{u}(t)$ e le variabili di uscita tramite un altro vettore colonna $\mathbf{y}(t)$.

$$\mathbf{u}(t) = \{u_1(t), \dots, u_p(t)\}^T$$

$$\mathbf{y}(t) = \{y_1(t), \dots, y_m(t)\}^T$$

Lezione 02

Chiara Foglietta

7

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

Per completare il modello è ragionevole assumere l'esistenza di relazioni matematiche tra l'ingresso e l'uscita:

$$y_1(t) = g_1(u_1(t), \dots, u_p(t))$$

...

$$y_m(t) = g_m(u_1(t), \dots, u_p(t))$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{u}) = \begin{bmatrix} g_1(u_1(t), \dots, u_p(t)) \\ \dots \\ g_m(u_1(t), \dots, u_p(t)) \end{bmatrix}$$

Lezione 02

Chiara Foglietta

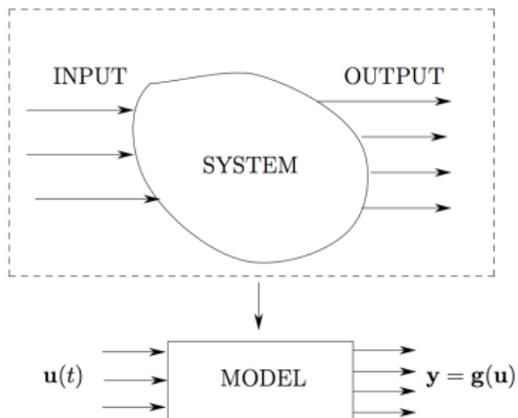
8

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti



40

Lezione 02

Chiara Foglietta

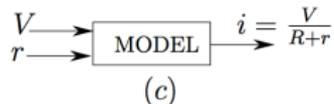
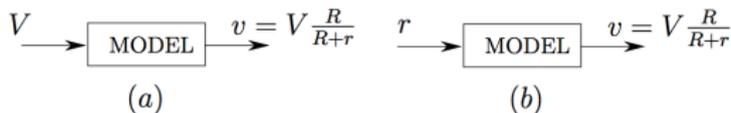
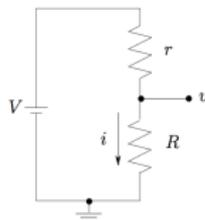
9

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti



40



Sistemi Statici e Dinamici

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

10

Sistema statico

Un sistema si dice statico se l'uscita $\mathbf{y}(t)$ all'istante t dipende solo dal valore dell'ingresso $\mathbf{u}(t)$ nello stesso istante.

Sistema dinamico

In un sistema dinamico, invece, l'uscita $\mathbf{y}(t)$ all'istante t dipende dai valori dell'ingresso $\mathbf{u}(\tau)$ con $\tau \leq t$. Quindi in un sistema dinamico l'uscita in un determinato istante dipende anche dai valori passati dell'ingresso.

I sistemi dinamici sono di solito rappresentati da equazioni differenziali.



Sistemi tempo varianti e tempo invarianti

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

11

Nelle slide precedenti, si è assunto che $\mathbf{g}(\cdot)$ sia indipendente dal tempo. Tuttavia una relazione più generale è:

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{u}, t)$$

dove si considera esplicitamente la dipendenza dalla variabile t .

Quando questa relazione non è verificata si parla di sistema *tempo invariante* o *stazionario*.



Sistemi tempo varianti e tempo invarianti

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

12

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

Sistema tempo invarianti

Un sistema è detto tempo-invarianti se vale la seguente proprietà:

se un ingresso $\mathbf{u}(t)$ genera un'uscita $\mathbf{y}(t)$, allora l'ingresso $\mathbf{u}(t - \tau)$ genera un'uscita $\mathbf{y}(t - \tau)$, for qualsiasi τ .

Lezione 02

Chiara Foglietta

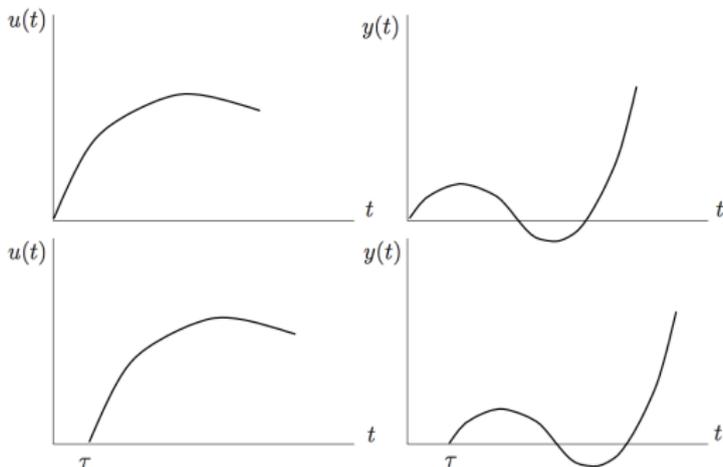
I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

13

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti





Il concetto di stato

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

14

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

Stato

Lo stato di un sistema dinamico $\mathbf{x}(t_0)$ all'istante t_0 è l'insieme delle informazioni necessarie affinché l'uscita $\mathbf{y}(t)$ per $t \geq t_0$ sia univocamente determinata dall'ingresso $\mathbf{u}(t)$ con $t \geq t_0$.

Lo stato è generalmente un vettore, che viene denotato da $\mathbf{x}(t)$. Le componenti di questo vettore, $x_1(t), \dots, x_n(t)$, sono dette *variabili di stato*.

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

15

Si usa la notazione $g : U \rightarrow Y$, per indicare la funzione g che mappa gli elementi dell'insieme U negli elementi dell'insieme Y . Per $u \in U$ e $y \in Y$, si può scrivere $y = g(u)$.

Funzione lineare

Una funzione g è detta lineare se e solo se

$$g(a_1 u_1 + a_2 u_2) = a_1 g(u_1) + a_2 g(u_2)$$

per qualsiasi $u_1, u_2 \in U$ e per qualsiasi $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$.

40



Sistemi lineari e non lineari

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

16

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

La proprietà di linearità può essere estesa a funzioni vettoriali.

Funzione vettoriale lineare

Una funzione \mathbf{g} è detta lineare se e solo se

$$\mathbf{g}(a_1 \mathbf{u}_1 + a_2 \mathbf{u}_2) = a_1 \mathbf{g}(\mathbf{u}_1) + a_2 \mathbf{g}(\mathbf{u}_2)$$



Sistemi a stato continuo e a stati discreti

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

17

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

Modelli a stato continuo

Nei modelli a stato continuo, lo spazio di stato X è un continuum che consiste di vettori n -dimensionali di numeri reali.

Modelli a stato discreto

Nei modelli a stato discreto, lo spazio di stato è discreto. Le variabili di stato possono solamente saltare a punti discreti nel tempo da un valore discreto ad un altro.



Sistemi deterministici e stocastici

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

18

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

Sistema stocastico

Si definisce sistema stocastico, se almeno una delle sue variabili di uscita è una variabile random.

Altrimenti, il sistema è detto *stocastico*.

In generale, un sistema stocastico dinamico definisce un processo random, il cui comportamento può essere definito solamente probabilisticamente.

Lezione 02

Chiara Foglietta

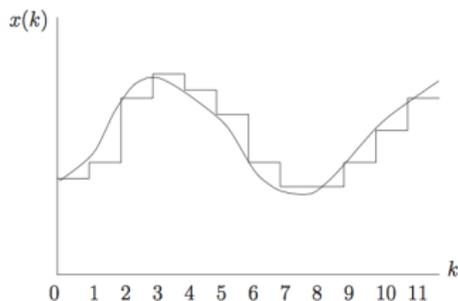
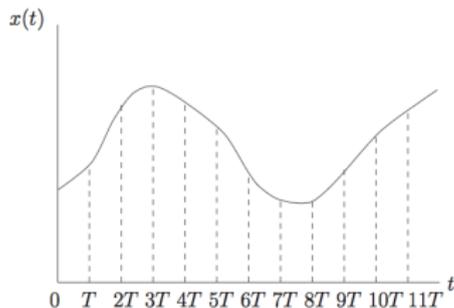
19

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti



La discretizzazione del tempo non implica la discretizzazione dello spazio di stato.



Sistemi a eventi discreti

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

20

Quando lo spazio di stato di un sistema è naturalmente descritto da un insieme discreto tipo $\{0, 1, 2, \dots\}$, e le transizioni dallo stato sono solamente osservate a punti discreti di tempo, si possono associare le transizioni dello stato con "eventi" e si parla di *sistema a eventi discreti*.

40



Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali sui sistemi e sui controlli

Sistemi a eventi discreti

Caratteristiche dei DES

Esempi di Sistemi ad Eventi Discreti

21

Evento

Un evento occorre istantaneamente e causa le transizioni da uno stato ad un altro.

Un evento può essere l'accadimento di una specifica azione, come premere un bottone.

Un evento può accadere spontaneamente, come lo spegnimento del computer.

Un evento può essere il risultato di molteplici condizioni, come l'eccesso di liquido in una cisterna.

Un singolo evento è identificato da e , mentre l'insieme discreto di eventi è denotato da E .

40



Generazione eventi

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

22

Si supponga di avere a disposizione un segnale di temporizzazione (clock) che consente di misurare il tempo. Esistono due possibili modalità di generazione degli eventi:

1. ad ogni istante multiplo del periodo del clock viene generato un evento e . Se nessuno evento ha luogo in un determinato istante di tempo, si può pensare di aggiungere l'evento nullo all'insieme E dei possibili eventi che causano le transizioni di stato di un sistema
2. gli eventi vengono generati in istanti di tempo che non sono noti a priori e che non coincidono necessariamente con multipli del periodo di clock

40



Sistemi sincroni e asincroni

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali sui sistemi e sui controlli

Sistemi a eventi discreti

Caratteristiche dei DES

Esempi di Sistemi ad Eventi Discreti

23

Nella prima modalità di funzionamento lo stato del sistema viene valutato ad ogni colpo di clock. Lo stato può cambiare o meno a seconda che venga generato un evento e oppure l'evento nullo. Si parla, quindi, di transizioni di stato *sincronizzate* con il segnale di clock. L'evoluzione dello stato del sistema è ancora *time driven*.

Nel secondo caso, invece, lo stato del sistema cambia in istanti di tempo non noti a priori, ogni qual volta viene generato un evento *e*. In questo caso, invece, le transizioni di stato sono guidate dal succedersi degli eventi. In questo caso si parla di *sistemi event driven*. Non potendo conoscere a priori, la temporizzazione con la quale gli eventi si succedono, essi vanno considerati asincroni.

40



Sistemi dinamici a variabili continue

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

24

I modelli basati su equazioni differenziali devono soddisfare due proprietà:

1. Sono sistemi a stato continuo
2. Il meccanismo di transizione dello stato è time-driven

Quindi lo stato è definito da variabili continue.

Lo stato cambia generalmente come cambia il tempo. Come risultato, la variabile temporale (t nei sistemi continue o k nel tempo discreto) è una variabile indipendente per modellare tali sistemi.

40



Sistemi dinamici a eventi discreti

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

25

I sistemi a eventi discreti soddisfano le seguenti due proprietà:

1. Lo spazio di stato è discreto
2. Il meccanismo di transizione dello stato è event-driven

Un sistema a eventi discreti è un sistema a stato descritto e event-driven, in cui l'evoluzione dello stato dipende interamente sull'occorrenza di eventi discreti asincroni rispetto al tempo.

40

Lezione 02

Chiara Foglietta

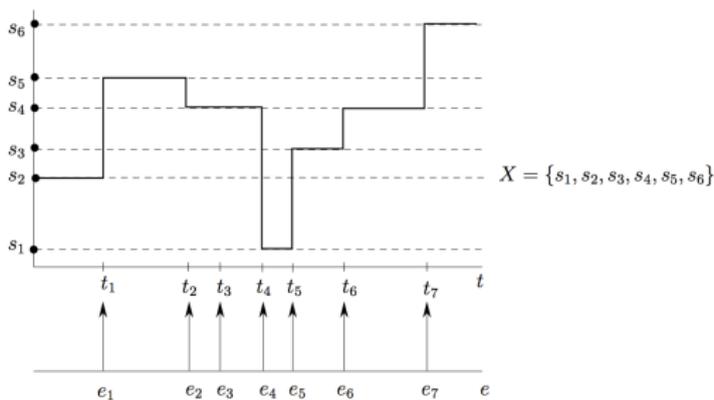
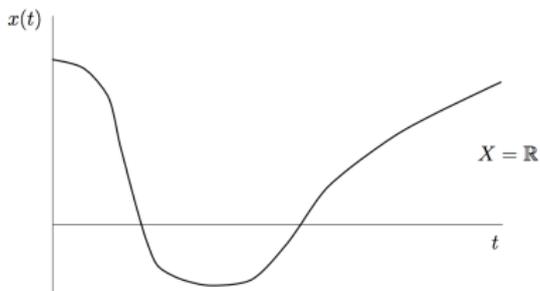
I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

26





Sistemi a coda

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

27

Un sistema a coda è composta da tre elementi base:

1. Le *entità* che aspettano per risorse. Di solito, si riferisce anche ad utenti
2. Le *risorse* per cui l'attesa è fatta. Queste risorse tipicamente forniscono alcune forme di servizio agli utenti, di solito si chiamano *serventi*
3. Lo spazio dove l'attesa avviene, si chiama *coda*

40



Sistemi a coda

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

28

Esempi di utenti sono: le persone che aspettano in banca o alla fermata dell'autobus; i messaggi trasmessi sopra il mezzo di comunicazione; i compiti o transazioni eseguite in un computer; la produzione di parti in un processo manifatturiero; e le macchine che usano la rete stradale.

Esempi di serventi sono: le persone come i cassieri in banca o le cassiere al supermercato; i canali di comunicazione responsabili per la trasmissione di messaggi; i processori dei computer o le periferiche; le varie tipologie di macchine usate negli impianti manifatturieri; e i semafori che regolano il flusso delle macchine

40



Sistemi a coda

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

29

Esempi di code visibili si trovano nelle agenzie bancarie, alle fermate dell'autobus, o nei magazzini. Le code sono presente anche nelle reti di comunicazione o nei computer, dove forme meno tangibili di utenti, come telefonate o compiti da eseguire, sono allocate nelle aree di attese. In alcuni casi, le code sono anche chiamate *buffers*.

40



Sistemi a coda

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

30

Lo studio dei sistemi a coda è motivata dal fatto che le risorse non sono illimitate; se lo fossero, nessuna attesa sarebbe possibile.

Questo fatto genera ovvi problemi di allocazione di risorse e relativi bilanciamento tale che:

- ▶ i bisogni dell'utente siano adeguatamente soddisfatti
- ▶ l'accesso delle risorse è fornito in maniera efficiente tra diversi utenti
- ▶ il costo della progettazione e dell'operazione del sistema è mantenuto a livelli accettabili

40

Lezione 02

Chiara Foglietta

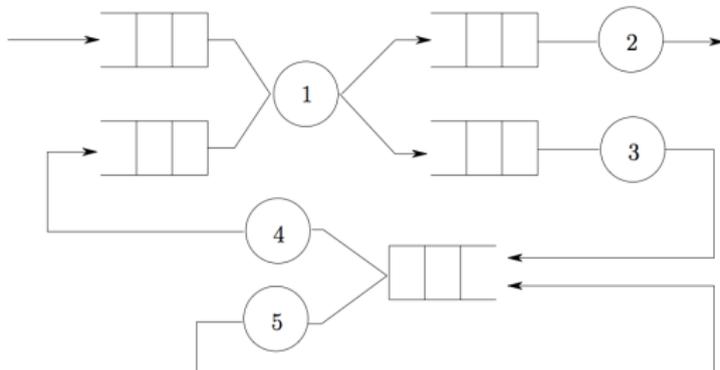
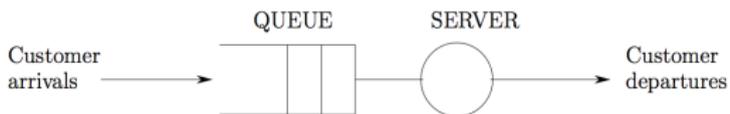
I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

31



40



Sistema a coda

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

32

Le caratteristiche del sistema a coda sono definite:

1. dalla capacità della coda
2. dalla disciplina della coda

La capacità della coda è il numero massimo di utenti che possano entrare nello spazio attuale della coda.

La disciplina della coda si riferisce alla regola per cui venga servito il prossimo utente venga selezionato dalla coda.

40



Sistema a coda

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

33

Insieme di eventi: $E = \{a, d\}$, a indica un evento di arrivo e d indica un evento di partenza

Variabile di stato è il numero di utenti in coda, ossia la lunghezza della coda

La lunghezza della coda all'istante t è consentita per includere un utente in servizio al tempo t

40



Sistema manifatturiero

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali sui sistemi e sui controlli

Sistemi a eventi discreti

Caratteristiche dei DES

Esempi di Sistemi ad Eventi Discreti

34

Gli utenti di un processo manifatturiero sono i pezzi prodotti. I pezzi competono per l'accesso ai diversi serventi, che in una tipica industria sono le macchine che eseguono specifiche operazioni e gli apparecchi per il trasporto come nastri trasportatori e robots. Quando le parti non sono in lavorazione sono immagazzinati in buffers fino alla disponibilità del servente per la prossima lavorazione. A causa delle limitazioni dei sistemi fisici, i buffers in un sistema manifatturiero hanno capacità finite.

40

Lezione 02

Chiara Foglietta

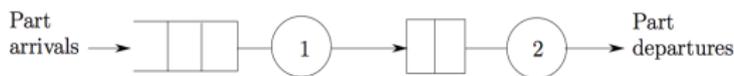
I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

35



L'insieme di eventi è $E = \{a, c_1, d_2\}$ dove

a è un arrivo dal mondo esterno alla prima macchina

c_1 è il completamento del servizio alla prima macchina

d_2 è la partenza dalla seconda macchina

40



Sistema manifatturiero

Lezione 02

Chiara Foglietta

I concetti fondamentali
sui sistemi e sui
controlli

Sistemi a eventi
discreti

Caratteristiche dei
DES

Esempi di Sistemi ad
Eventi Discreti

36

Lo stato del sistema può essere definito come $x = [x_1, x_2]^T$ che corrisponde alle lunghezze della coda alle due macchine.

Per modellare il fenomeno del bloccaggio, si introduce un valore addizionale B che può essere assegnato a x_2 . Quindi, $x_2 = B$ significa che la lunghezza della coda alla seconda macchina è 3 e un pezzo nella prima macchina è bloccato. Lo spazio dello stato è:

$$X = \{(x_1, x_2) : x_1 \geq 0, x_2 \in \{0, 1, 2, 3, B\}\}$$

40